

## RESEARCH ARTICLE

# Examining the Effectiveness of Virtual Manipulatives based Instructional Sequence to Support Adding Fractions to Students with Developmental Disabilities

Jiyeon Park  
Changwon National University

## 가상조작물 기반의 순차적 교수가 발달장애학생의 분수 덧셈 학습에 미치는 효과

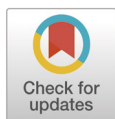
박지윤  
창원대학교

\*Corresponding Author: [jpark@changwon.ac.kr](mailto:jpark@changwon.ac.kr)

### ABSTRACT

Learning fractions is important for both academic and functional mathematics. However, many students including students with developmental disabilities struggle with solving mathematical fractions problems. To support students with developmental disabilities in learning fractions, the purpose of this study was to explore the effectiveness of the virtual manipulatives based instructional sequence on the acquisition and maintenance of computations with fractions(i.e., adding fractions with unlike denominator). A total of three middle school students with developmental disabilities participated. Using a multiple probe design across participants, a functional relation was found between the intervention and the accuracy of solving adding fractions problems for each student. All students acquired the targeted skill and maintained their performance up to three weeks.

**Key words:** Virtual manipulatives, evidence-based practice, fractions, developmental disabilities



### OPEN ACCESS

Brain, Digital, & Learning  
2023, Vol. 13, No. 1, 37-49.

<https://doi.org/10.31216/BDL.20230003>

**Received:** January 13, 2023

**Revised:** March 16, 2023

**Accepted:** March 21, 2023

© 2023. Institute of Brain based Education,  
Korea National University of Education



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## Introduction

2021년 국가수준 학업성취도 평가에 따르면, 국어, 영어, 수학 중 특히 수학 교과에서 중학교 3학년 학생들과 고등학교 2학년 학생들의 기초학력 미달 비율이 가장 높은 것으로 나타났으며, 중학교 3학년(11.6%)에 비해 고등학교 2학년(14.2%)에서 기초학력 미달 비율은 더 높은 것으로 나타났다(Ministry of Education, 2022). 수학은 위계가 뚜렷한 과목이라 학년이 올라갈수록 그 내용이 점차 심화되고, 이전 내용에 대한 학습이 제대로 이루어지지 않은 경우 심화된 수학 문제를 해결하는데 더 큰 어려움을 겪을 수 있다(Nelson & Powell, 2017). 특히 지적장애나 자폐성장장애와 같은 발달장애학생의 경우 수와 연산과 관련된 정보를 기억하고 인출하는 데 핵심적인 요소인 작동기억 능력의 결함, 수의 추상적 크기 개념을 형성하는 시공간 능력의 부족, 수학 문제를 해결하기 위해 거쳐야 하는 단계에 집중하는 능력의 부족 등으로 이들에게 수학에 대한 어려움이 더욱 심화되어 나타날 수 있다(Wei et al., 2012).

선행연구자들은 수학에 어려움을 보이는 발달장애학생을 지원하기 위한 효과적인 교수방법을 검증해왔고, 체계적 교수법(예: 최소-최대 촉진, 시간 지연, 오류 교정 등), 테크놀로지 기반 교수법(예: 비디오 모델링, 그래픽 조직자, 구체물/조작물, 명시적 교수법)이 발달장애학생의 수학을 가르치는데 증거기반교수임을 최근 연구에서 확인하였다(Spooner et al., 2019). 또한 Spooner et al. (2019)에 따르면 중도의 발달장애학생에게 수학을 가르친 실험연구는 수학 내용체계 중 주로 ‘수와 연산’(64%)에 중점을 둔 것으로 나타났다. 마찬가지로 국내에서 진행된 지적장애학생을 위한 수학 중재에 관한 문헌고찰 연구(Yi, 2019)에서도 대다수의 실험연구(10/13편; 76.92%)는 ‘수와 연산’(수 개념, 덧셈, 뺄셈, 곱셈)을 목표기술로 가르쳤고, 자폐성장장애학생을 위한 문헌고찰 연구(Park & Kim, 2022)에서도 수학 관련 중재를 제공한 9편의 논문 모두 ‘수와 연산’과 관련된 것으로 확인되었다. 그러나 각 문헌고찰에 따르면 ‘수와 연산’ 영역에 해당하는 분수 개념을 가르친 실험연구는 없는 것으로 나타났다(Park & Kim, 2022; Spooner et al., 2019; Yi, 2019).

독립적 일상생활이 포함된 기능적 기술(예: 요리 및 베이킹)과 기본적인 수 개념에서 심화된 개념(예: 소수, 나눗셈, 비례 관계)을 학습하는 것과 같은 학업적 기술을 습득하는데 분수 개념을 이해하는 것이 중요하지만(Lortie-Forgues et al., 2015; Watt & Therrien, 2016), 발달장애학생을 위한 분수 개념 교수에 대한 연구는 많이 이루어지지 않았다(Hord & Bouck, 2012; King et al., 2016). 분수 개념을 학습하기 위해서는 분수에 대한 개념적 이해(예: 분모와 분자에 위치한 각각의 숫자가 아닌 분모와 분자의 관계, Siegler & Pyke, 2013)가 필수적이며, 분수 연산 방법이 자연수 연산 방법과 다르다는 것을 이해하는 능력이 필요하다. 그러나 많은 장애학생들은 자연수 연산 방법을 터득한 이후, 분수에 자연수 연산 방법을 적용하는 절차적 오류에 범하기가 분수 연산 능력을 습득하기 어려워한다(whole number bias; Ni & Zhou, 2005). 장애학생이 보이는 대표적인 오류는 분수의 덧셈에서 분모는 분모끼리 더하고 분자는 분자끼리 더하는 것이다(예:  $(1/4) + (1/3) = (2/7)$ ; Hwang & Riccomini, 2021).

한 메타분석연구(Ennis & Losinski, 2019)는 장애유형을 특정하지 않았지만 1986년부터 2017년까지 장애학생을 대상으로 분수를 가르친 실험연구(21편) 중 CEC 질적지표를 모두 만족한 논문(10편)을 대상으로 평가한 결과, 명시적 교수법(explicit instruction)이 분수를 가르치는데 증거기반교수임을 확인하였다. 그 중 Bouck et al. (2017)은 발달장애학생을 포함한 4명의 장애학생을 대상으로 등가분수의 정확도를 향상시키기 위하여 가상조작물을 활용한 순차적 교수(virtual-representational-abstract; VRA)를 제공하였다. 연구자들은 순차적 교수에 명시적 교수를 포함하여 모델링, 안내된 교수, 독립적 수행의 단계를 적용하였고, 단일대상연구의 중다

간헐설계를 통해 가상조작물을 활용한 순차적 교수가 장애학생의 분수학습에 효과적인 것을 확인하였다. 그러나 Bouck et al. (2017)은 VRA 순차적 교수의 R단계에서 학생들이 분수 학습에 많은 오류를 보여 해당 단계를 제거한 virtual-abstract (VA)의 효과를 확인할 필요가 있다고 제안하였다. 이에 Bouck et al. (2019)과 Bouck et al. (2020)은 각각 3명의 발달장애학생(지적장애 및 자폐성장애학생 포함)을 대상으로 R단계를 제거한 가상조작물을 활용한 순차적 교수(VA)를 사용하여 분수 개념(분수로 나타내기, 등가분수 또는 분모가 다른 분수의 덧셈)을 가르쳤고, 그 결과 모든 학생들에게서 즉각적인 중재의 효과(마지막 기초선 0%에서 첫 번째 중재 60% 이상)가 나타났고, VA와 분수 개념 습득간의 기능적 관계를 확인하였다.

이처럼 최근 국외에서는 분수 학습에 어려움을 겪는 발달장애학생을 위한 가상조작물의 효과를 검증하는 연구가 떠오르고 있다(Long et al., 2022). 그러나 국내에서는 아직 가상조작물에 대한 개념이 생소하여 장애 학생의 수학 학습을 위한 교육적 도구, 전략 및 교수방법으로서 가상조작물의 사용이 제한적이다(Shin, 2018, Shin & Chae, 2018). 따라서 본 연구는 분수의 연산에 어려움을 겪는 발달장애학생을 대상으로 가상조작물을 활용한 순차적 교수법을 적용하여 그 효과를 검증하고 앞으로 국내 교육현장에서의 가상조작물 적용 가능성을 탐색하고자 한다.

이상과 같은 연구의 필요성 및 목적에 따른 구체적인 연구문제는 다음과 같다

- (1) 가상조작물을 활용한 순차적 교수는 발달장애학생의 분수 덧셈 기술 습득과 유지에 미치는 효과는 어떠한가?
- (2) 가상조작물 활용한 순차적 교수의 적용에 대해 현장 특수교사와 발달장애학생의 인식은 어떠한가?

## Method

### Participants

본 연구의 참여자는 U시의 특수학교에 재학중인 세 명의 발달장애 중학교 3학년 학생 3명이다. 연구 참여자 선정기준은 다음과 같다. (1) 특수학교에서 학생들의 수학을 담당하는 교사의 추천으로 분수학습에 어려움을 보이고, (2) 교사가 제공한 사칙연산(i.e., 받아올림/내림이 있는 덧셈 및 뺄셈, 한자리수 곱셈 및 나눗셈) 문제에 대해 80% 이상의 정확도로 계산을 할 줄 알며, (3) 보호자로부터 연구 참여에 대한 동의를 받았고, (4) 학생 본인의 연구 참여 의사를 확인하였고, 마지막으로 (5) 아이패드 앱을 사용하기 위한 소근육 운동에 어려움이 없는 학생으로 선정하였으며 각 참여자의 구체적인 특성은 Table 1과 같다. 모든 연구 참여자는 분수 덧셈 문제를 풀 때, 분모는 분모끼리 더하고 분자는 분자끼리 더하는 학습 특성을 지니고 있었다.

**Table 1.** Demographic information

| Students | Age | Gender | Disability Categories   | Mathematics Achievement Test Results (KISE-BAAT)                   |
|----------|-----|--------|-------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Soomi    | 17  | Female | Intellectual Disability | · Academic Achievement Quotients: 65<br>· Severe under achievement |
| Heewon   | 16  | Male   | Autism                  | · Academic Achievement Quotients: 65<br>· Severe under achievement |
| Minho    | 15  | Male   | Intellectual Disability | · Not available                                                    |

## Setting & Interventionist

본 연구는 U시의 특수학교 교실에서 학생들의 실제 수학시간에 실시되었다. 교실에는 교수-학습을 위한 책상과 의자가 갖추어져 있었고, 책상은 태블릿PC와 학습지를 올려놓을 공간이 충분하였다. 중재는 연구 참여 학생의 수학교과 담당인 5년 경력의 특수교육 전공 교사가 각 학생에게 20~25분 동안 일대일로 주 3~4회, 약 두 달에 걸쳐 제공하였다.

## Materials

본 연구에서는 두 가지의 연구자료가 사용되었다. 먼저, 중재를 위해서 양면 복사된 2장의 학습지(총 3페이지)를 사용하였다. 선행연구(예: Bouck et al., 2020)를 토대로 명시적 교수법을 절차에 맞게 각 페이지 단면에 ‘모델링’ 2문제, ‘안내된 교수’ 2문제, ‘독립적 수행’ 5문제를 제시하였다. 연구자 2인이 검토과정을 거쳐 중재에 사용된 모든 문제(i.e., 분모가 다른 분수의 덧셈)는 독립적 수행에서 재사용되지 않도록 배치하였다. 기초선과 유지단계에서는 중재의 ‘독립적 수행’에서 제시한 것과 마찬가지로 겹치는 문제가 없는 분수 덧셈 5문제가 제시된 평가지를 제공하였다(예:  $(2/4)+(1/3)$ ,  $(1/3)+(3/6)$ ,  $(3/8)+(1/4)$ ,  $(1/2)+(1/5)$ ,  $(2/3)+(1/12)$ ). 또한 중재단계의 가상조작물 구간에서는 가상조작물 앱이 탑재된 아이패드를 사용하였다. 가상조작물 앱은 분모가 총 8개로 이루어진 분수타일(i.e., 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12)로 구성되어 있었다. 분수타일은 화면 왼쪽에 세로로 위치하고 나머지 부분은 흰색 바탕으로 구성되며 이 공간에 분수타일을 손가락으로 드래그(drag)와 드롭(drop)형태로 조작 가능하도록 설정되어 있으며, 해당 앱은 Brainingcamp (2021)에서 확인할 수 있다.

## Independent & Dependent Variables

본 연구의 독립변인은 가상조작물 기반의 순차적 교수로, 가상-추상(VA)의 2단계로 이루어졌다(Bouck et al., 2020). 이는 기존의 VRA 순차적 교수의 변형 형태 중 하나이다(Long et al., 2021). 가상-추상 순차적 교수는 분수학습을 교수할 때 반구체 단계(그림을 그려서 문제를 해결하는 단계)가 문제를 해결하는 것을 오히려 더 어렵게 하다는 연구결과(Bouck et al., 2017)에 따라 제안된 방법이다. 가상 구간에서는 분수타일 앱을 사용하고(앱에 제시된 모든 분수 사용), 추상 구간에서는 앱을 사용하거나 그림을 그리지 않고 추상의 기호만을 사용하였다. 각 구간에서는 명시적 교수가 사용되었다. 본 연구의 종속변인은 분모가 다른 분수의 덧셈에 대한 정확도로, 참여학생에게 분모가 다른 분수의 덧셈 5문제(예:  $(1/3)+(1/4)$ )가 제시된 평가지를 제공하여 학생 스스로 문제를 풀게 하고 그 정확도를 기록하였다.

## Interobserver Agreement

기초선, 중재, 및 유지에서 평가된 자료의 신뢰도를 확인하기 위해 중재자와 같은 학교에 근무하는 2년차 특수교사가 각 구간(기초선, 중재, 유지)의 최소 30%에 대해 무작위로 선정하여 각 연구 참여 학생의 분수 덧셈 문제풀이 정확도에 대해 평가하였다. 다음과 같은 신뢰도 평가 공식(Gast & Ledford, 2014)을 사용하여, 각 학생마다 100%의 채점자간 신뢰도를 확인하였다(일치한 항목/(일치한 항목 + 불일치한 항목)×100).

## Experimental Design

본 연구에서는 가상조작물 기반의 순차적 교수가 발달장애학생의 분수 덧셈 풀이 정확도 향상에 미치는 효과를 분석하기 위해 대상 학생별 중다 간헐 설계(multiple probe design across participants; Gast & Ledford, 2014)를 적용하였다. 이는 중다 기초선 설계의 주요 단점인 오랜기간 기초선 측정으로 인해 학생이 지속적으로 학습무력감을 느끼는 것을 예방할 수 있다. 세 명의 학생이 동시에 기초선 구간에 참여하였고, 개별학생마다 최소 5회기의 기초선 평가를 받았다. 첫 번째 대상학생(수미)이 기초선 구간에서 자료의 안정성을 보이면 중재 구간에 먼저 참여하였다. 그 때, 나머지 두 명의 학생은 한 번의 기초선 평가를 더 받았다. 첫 번째 대상학생에게서 중재의 효과가 나타나면(i.e., 자료의 상승 경향성이 나타날 때), 두 번째 학생(희원)에게 마지막 기초선을 측정 한 뒤, 기초선 자료의 안정성을 확인하고, 중재를 시작하였다. 마찬가지로 두 번째 학생이 중재의 효과를 나타내면, 세 번째 학생(민호)에게 마지막 기초선을 측정하고 안정성을 확인한 뒤 중재를 시작하였다. 가상 구간에서 3번의 80%의 정확도를 보이면 추상구간으로 이동하였고 추상 구간에서 3번의 80% 정확도를 보이면 중재를 종료하였다.

## Procedures

첫째, 기초선 구간에서 각각의 학생은 분모가 다른 분수 덧셈에 대한 5문항이 제시된 평가지를 스스로 풀도록 안내되었다. 이 때 학생들이 가상조작물 앱을 사용할 수 있도록 책상에 배치해 두었다. 그러나 중재자는 가상조작물 사용과 문제풀이에 대한 어떠한 촉진도 제공하지 않았다. 기초선 구간에서 중재 구간으로 이동하기 위해 각 학생마다 최소 5회기의 기초선 측정 및 그 자료의 안정성을 확인 후 진행하였다.

둘째, 중재는 총 2구간(가상, 추상)으로 나누어 진행되었고, 각 구간마다 명시적 교수법(i.e., 모델링, 안내된 교수, 독립적 수행)이 사용되었다. 먼저 가상 구간에서는 중재 제공자가 가상조작물을 사용하여 분수 덧셈 문제를 어떻게 해결하는지 모델링을 통해 보여주었다. 모델링은 소리내어 생각하기를 이용하여 문제 해결하는 단계를 순서대로 보여주었다. 예를 들면, 제시된 문제가  $(2/3)+(1/6)$  이라면, 중재 제공자는 전체 1을 나타내는 타일을 드래그 한 후, 분모와 분자가 의미하는 것이 무엇인지 상기시키고, 2개의  $1/3$ 타일이 나란히 위치하도록 드래그 하고 1개의  $1/6$ 타일을 뒤이어 드래그하였다. 다음 중재 제공자는 분수를 더하기 위해서는 분모가 같아야 하는데 제시된 문제는 분모가 다르므로 공통분모를 찾아야 한다고 설명하였다. 공통분모가 6이라는 것을 확인한 후,  $2/3$ 와 동일한 크기가 되려면  $1/6$ 타일 몇 개가 필요한지  $2/3$  타일 밑에  $1/6$  타일을 드래그 하면서 몇 개의  $1/6$ 타일이  $2/3$ 와 같은지 확인하였다.  $2/3$ 는  $4/6$ 와 같은 것을 확인하고  $4/6$ 에  $1/6$ 타일을 더하여  $5/6$ 타일이 총 5개 놓인 것을 1부터 이어세기하여  $1/6$ 이 5개 즉,  $5/6$ 가 됨을 보여주었다. 이와 같은 과정으로 모델링에서 총 2문제를 중재 제공자가 모델링하였다. 그런 다음, 안내된 교수에서 학생에게 가상조작물을 사용하여 중재 제공자가 모델링으로 보여준대로 문제를 풀도록 안내하였다. 이때 학생이 먼저 가상조작물을 사용하여 문제를 풀기 시작하며, 도움이 필요한 상황(예: 문제를 풀지 않고 가만히 보고 있는 상황, 오류를 나타내는 상황)에서는 중재자가 촉진을 제공하였다. 이후, 독립적 수행 단계에서 학생 스스로 가상조작물을 사용하여 문제를 풀도록 하였으며, 이때 중재자는 아무런 촉진도 제공하지 않았다. 학생이 문제를 다 풀고 나면, 중재자는 오류를 보인 부분에 대해 피드백을 제공하였다. 마찬가지로, 추상 구간에서도 명시적 교수법이 사용되었고, 중재자는 숫자전략과 추상기호를 사용하여 분수 덧셈 문제를 푸는 것을 모델링하였다. 예를 들면, 문제가  $(1/4)+(3/8)$ 이면, 제시된 분수의 분모가 다르기 때문에 공통분모를 찾아야 하므로  $1/4$ 와 등가분수를 찾

는 과정을 소리내어 말하면서 4는 8의 인수이므로 공통분모가 8임을  $4 \times 1 = 4$ ;  $4 \times 2 = 8$  순서대로 곱하는 것을 보여주고  $1/4$ 이  $2/8$ 과 같은 것을 설명한다. 다음으로,  $(2/8) + (3/8)$ 을 계산할 때 분모가 같은 수일 때 분수의 덧셈은 분자끼리 더하는 것을 보여준다( $5/8$ ). 마찬가지로 모델링에서 2문제를 여준 이후, 안내된 교수에서 학생은 가상조작물 없이 숫자 전략을 사용하여 문제를 풀었고 도움이 필요한 상황(예: 공통분모 찾는 과정에서 오류)에 촉진을 제공하였다. 마지막으로 독립적 수행 단계에서는, 학생 스스로 숫자 전략을 사용하여 5문항을 해결하였고 이때 중재자는 아무런 촉진이나 도움을 제공하지 않았다. 가상 및 추상 구간의 각 회기마다 독립적 수행 단계에서 학생이 80%의 정확도를 보이지 않으면 해당 회기의 내용을 다음 회기에서 반복하였다.

셋째, 중재 종료 2주 후, 주 1회씩 총 2주 동안 습득한 기술의 유지 정도가 측정되었다. 유지 구간에서는 가상조작물, 중재자의 촉진 및 피드백이 전혀 없는 상태에서 오로지 학생이 숫자전략 및 추상기호를 사용하여 스스로 5문항의 문제를 풀도록 하였다.

### Procedural Integrity

본 연구에서 제공된 중재가 연구계획에 따라 충실하게 수행되었는지를 확인하기 위해 중재충실도 체크리스트를 사용하였다. 체크리스트 문항은 가상조작물 중재 관련 선행연구(예: Bouck et al., 2017)와 유사하게 각 구간에 해당하는 자료(예: 가상조작물)를 사용되었는지, 명시적 교수(모델링, 안내된교수, 독립적수행)가 제공되었는지, 독립적 수행 단계시 교사의 촉진없이 학생 스스로 문제를 풀었는지를 확인하는 내용으로 예/아니오로 응답하도록 구성되었다. 채점자간 신뢰도 평가에 참여한 2년차 현직 특수교사가 각 학생의 중재회기의 최소 30%에 해당하는 회기만큼 중재가 제공되고 있는 교실에서 체크리스트를 작성하였다. 중재충실도 측정을 위해 사전에 그 특수교사에게 각 문항에 대해 설명하였다. 그 결과, 대상 학생에 대한 중재 충실도는 100%로 나타났다.

### Social Validity

본 연구에 참여한 중재제공자와 연구참여학생을 대상으로 인터뷰 형식으로 사회적 타당도를 평가하였다. 본 인터뷰를 통해 연구에 참여한 교사와 학생이 가상조작물을 활용한 순차적 교수의 적용에 대해 어떻게 인식하고 있는지 파악하고자 하였다. 인터뷰 질문은 선행연구(Bouck et al., 2020)를 토대로 구성되었고, 중재 제공자 인터뷰를 위해서는 가상조작물 기반의 순차적 교수의 효과성에 대한 교사의 인식, 향후 지속적인 사용 가능성 여부에 관한 문항이 포함되었다. 연구에 참여한 대상학생을 위한 인터뷰를 위해서는 가상 및 추상 구간에 대한 인식 및 선호도에 관한 문항으로 질문이 구성되었다. 연구자는 연구가 종료된 직후 중재 제공자와 인터뷰를 진행하였고, 연구에 참여했던 3명의 학생은 중재를 제공하였던 수학 담당 특수교사와 인터뷰를 진행하였다.

### Data Analysis

각 학생의 독립적인 분수문제풀이 정확도에 관한 자료를 분석하기 위해 시각적 분석과 Tau-U 값을 측정하였다. 먼저, 중재효과와 즉시성을 분석하기 위해, 기초선의 마지막 세 개의 자료점과 중재의 처음 세 개의 자료점 평균을 비교하여 점진적인 변화가 있는지 즉각적인 변화가 있는지 확인하였다(Kratochwill et al., 2013). 또한 각 구간의 자료점의 평균을 파악하고, 자료의 안정성을 분석하기 위해 각 구간에 포함된 자료점의 80%가 중앙값의 25% 이내에 있는 지 확인하였다(Gast & Ledford, 2014). 다음으로, 자료의 경향성을 파악하기 위해서 split-middle method (White & Haring, 1980)방법으로 기울기를 그려 구간의 자료점이 증가하는 경향을 보이는지

(accelerating), 감소하는 경향을 보이는지(decelerating), 가로축과 평행하는 경향(zero-celerating)을 보이는지를 확인하였다. 마지막으로, Tau-U 값을 구하여 중재의 효과 크기를 분석하였는데, 이는 기초선에서 바람직하지 않은 기울기의 상승 경향을 통제하여 기초선과 중재 구간에서 자료점이 중복되지 않는 비율을 비교하여 나타낸다(Parker et al., 2011). Tau-U 값은 온라인 계산기(<http://www.singlecaseresearch.org/calculators/tau-u>)를 사용하여 산출되었다. Tau-U 값이 0.65 이하면 작은 효과, 0.66-0.92는 중간 효과, 0.93 이상은 큰 효과를 나타낸다(Parker et al., 2011).

## Results

### Effectiveness of Virtual Manipulatives based Instructional Sequence

가상조작물 기반의 순차적 교수는 모든 학생들이 스스로 분모가 다른 분수의 덧셈 문제를 푸는 정확도를 향상시킨 것으로 나타났다. 모든 학생의 기초선과 중재 구간에서 가상조작물 기반의 순차적 교수와 문제 풀이 정확도 간에 기능적 관계를 확인하였다. 또한, 모든 학생은 중재가 종료된 2주 후에 실시되었던 유지구간에서 습득한 기술을 높은 수준으로 유지하였다. 각 학생별 구체적인 결과는 다음과 같다(Fig. 1).

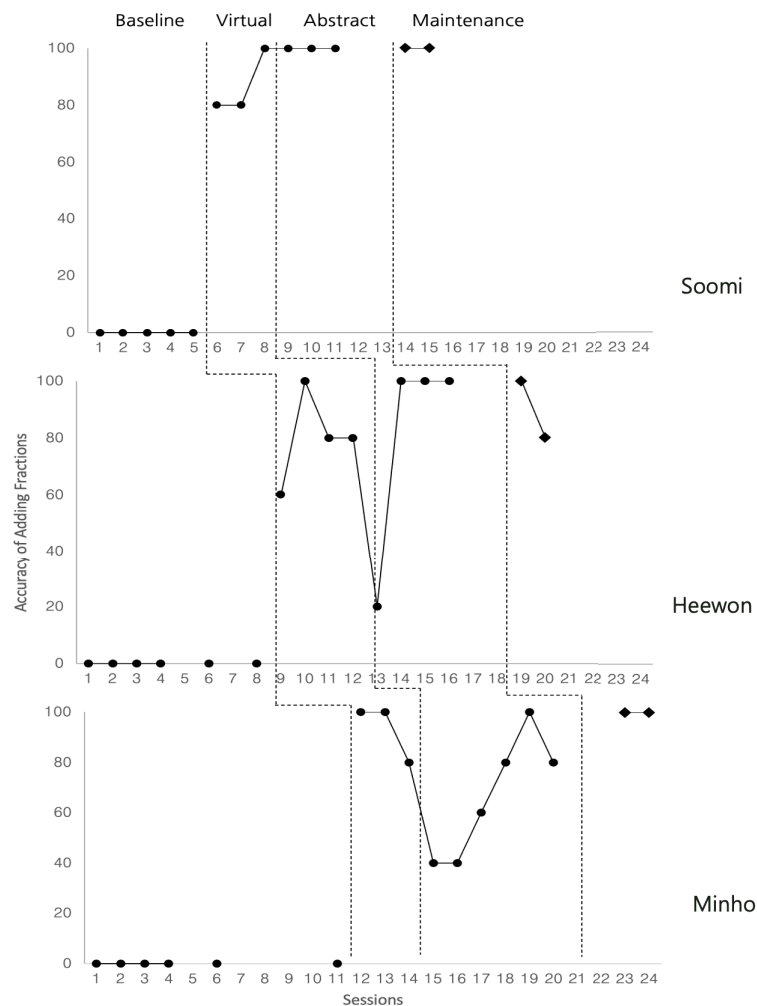


Fig. 1. Percentage of correctly solved adding fraction problems

### 수미

수미는 기초선 구간의 5회기 동안 모두 0%의 정확도를 나타내었다. 기초선 구간의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 수평(기울기 없음)을 나타내었다. 그러나 가상 중재구간에 돌입하자, 중재의 즉각적인 효과를 보여주었고 86.7%의 평균 정확도를 보였다(범위=80%-100%). 가상 중재 구간에서의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 상승 추세를 나타내었다. 다음으로, 추상 중재 구간에서의 평균 정확도는 100%였고, 자료의 수준은 안정적이었으며 경향은 수평(기울기 없음)을 나타내었다. 전체 중재구간의 Tau-U는 1.0으로 효과크기가 큰 것으로 나타났다. 또한 수미는 유지 구간에서도 평균 100%의 정확도를 나타내어 습득한 기술을 높은 수준으로 유지하였다(Table 2).

**Table 2.** Student performance across phases

| Student | Measures        | Baseline | Intervention (V) | Intervention (A) | Maintenance |
|---------|-----------------|----------|------------------|------------------|-------------|
| Soomi   | Accuracy        | 0%       | 86.7%            | 100%             | 100%        |
|         | Range           | 0%       | 80%-100%         | 100%             | 100%        |
|         | Level stability | Stable   | Stable           | Stable           | —           |
|         | Trend           | Zero     | Accelerating     | Zero             | —           |
|         | Tau-U*          | —        | -                | 1.0              | —           |
| Heewon  | Accuracy        | 0%       | 80%              | 80%              | 90%         |
|         | Range           | 0%       | 60%-100%         | 20%-100%         | 80%-100%    |
|         | Level stability | Stable   | Stable           | Stable           | —           |
|         | Trend           | Zero     | Accelerating     | Accelerating     | —           |
|         | Tau-U*          | —        | -                | 1.0              | —           |
| Minho   | Accuracy        | 0%       | 93.3%            | 66.67%           | 100%        |
|         | Range           | 0%       | 80%-100%         | 40%-100%         | 100%        |
|         | Level stability | Stable   | Stable           | Variable         | —           |
|         | Trend           | Zero     | Decelerating     | Accelerating     | —           |
|         | Tau-U*          | —        | -                | 1.0              | —           |

### 희원

희원은 기초선 구간의 총 6회기 동안 모든 회기에서 0%의 정확도를 나타내었다. 기초선 구간의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 수평(기울기 없음)을 나타내었다. 그러나 가상 중재 구간에 돌입하자, 중재의 즉각적인 효과를 보여주었고 80%의 평균 정확도를 보였다(범위=60%-100%). 가상 중재 구간에서의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 상승 추세를 나타내었다. 다음으로, 희원은 추상 중재 구간에서 평균 80% (범위=20%-100%)의 정확도를 보였고, 자료의 수준은 안정적이었으며 경향은 상승 추세를 나타내었다. 전체 중재구간의 Tau-U는 1.0으로 효과크기가 큰 것으로 나타났다. 또한 희원은 유지 구간에서 평균 80%의 정확도를 나타내어 습득한 기술을 높은 수준으로 유지하는 것을 보여주었다.

### 민호

민호는 기초선 구간의 총 6회기 동안 모든 회기에서 0%의 정확도를 나타내었다. 기초선 구간의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 수평(기울기 없음)을 나타내었다. 그러나 가상 중재 구간에 돌입하자, 첫 회기에서 100%의 정확도를 보이며 중재의 즉각적인 효과를 보여주었고, 평균 93.3%의 정확도를 나타내었다(범위=80%-100%). 가상 중재 구간에서의 자료점은 안정적인 형태를 보였고, 경향은 하락 추세를 나타내었다. 다음으로, 민호는 추상 중재 구간에서 평균 66.7% (범위=40%-100%)의 정확도를 보였고, 자료의 수준은

변동적이었으며 경향은 상승 추세를 나타내었다. 전체 중재구간의 Tau-U는 1.0으로 효과크기가 큰 것으로 나타났다. 민호는 유지 구간에서 평균 100%의 정확도를 나타내어 높은 수준으로 습득한 기술을 유지하고 있는 것으로 나타났다.

## Social Validity

본 연구에 참여한 3명의 발달장애학생들은 모두 앱을 이용하여 수학문제 푸는 것을 선호하였고, 각 학생들은 가상조작물을 사용하는 것이 “재미있었다” 또는 “(분수 덧셈을)알기 쉬웠다” 등으로 표현하였다. 중재자로 참여한 특수교사는 평소 수학 수업을 할 때 교과서, 학습지, 구체물을 이용한 수업을 진행하였는데, 학생들이 수학을 어려워하고 수업 자체를 거부하는 등 학생들의 관심과 흥미 유발이 어려웠던 점을 언급하였다. 그러나 가상조작물 앱이 설치된 태블릿 PC를 활용하니 학생들의 집중과 흥미를 끌어올릴 수 있어서 동료 특수교사들에게 권장하고 싶다고 강조하였다.

## Discussion

본 연구는 가상조작물을 활용한 순차적 교수가 세 명의 발달장애 학생(지적장애 및 자폐성장애)의 분수 덧셈 기술 습득과 유지에 미치는 효과를 대상자간 중다 간헐 설계를 통하여 분석하였다. 연구에 참여한 모든 학생은 기초선 구간에 비해 중재 구간에서 즉각적으로 높은 수준의 정확도를 보였다. 또한, 모든 학생이 중재 종료 후 최소 3주 동안 습득한 기술을 높은 수준(80% 또는 100% 정확도)으로 유지하였다. 본 연구의 결과에 대한 구체적인 논의는 다음과 같다.

본 연구에 참여한 세 명의 발달장애학생은 가상조작물을 활용한 순차적 교수를 통해 목표했던 수학적 개념 이해에 대한 추상화가 성공적으로 이루어졌다. 이는 분수 개념을 가르치기 위해 가상조작물 기반의 순차적 교수 효과를 분석한 선행연구 결과와 일치한다(Bouck et al., 2019; Bouck et al., 2020). 장애학생이 분수학습에서 보이는 오류 패턴에 대해 연구한 선행연구(Hwang & Riccomini, 2021)에서 제시한대로, 본 연구에 참여한 모든 학생들은 기초선 구간에서 분모는 분모끼리 더하고 분자는 분자끼리 더하는 자연수 편향 오류를 보이고 있었다. 이렇듯 분수에 대한 오개념을 가지고 있었지만, 본 연구에서 적용한 가상조작물 기반의 순차적 교수에 포함된 명시적 교수가 긍정적인 영향을 주어 학생의 오류가 교정된 것으로 추측할 수 있다. 명시적 교수에서 모델링을 제공할 때 중재자가 문제 해결 과정을 소리내어 생각하기(think aloud)를 통해 보여주었고, 학생들이 이를 안내된 교수 단계에서 적용해보았고, 이러한 연습이 독립적 수행으로 이루어져 긍정적인 결과가 나타난 것으로 보인다. 이는 발달장애학생에게 가상조작물 기반의 순차적 교수가 CEC 질적지표에 의해 증거기반교수라고 밝힌 연구(Long et al., 2022)에 근거를 더한 것으로 볼 수 있다. 그러나 아직까지 가상조작물 기반의 순차적 교수는 다양한 연구 환경에서의 중재 효과 검증이 이루어지지 않아 향후 연구자들에 의해 연구 결과가 확장될 필요가 있다.

본 연구의 중재 구간은 총 2단계(가상, 추상)이며, 세 명의 참여 학생들은 가상조작물 사용 구간보다 추상 구간에서 반복하는 회기가 더 많았다(수미-반복없음; 희원-가상 총 1회 반복; 추상 구간 총 1회 반복; 민호-추상 구간 총 3회 반복). 특히 민호의 경우, 추상 구간에서 변동적인 자료의 수준을 나타냈다. 이는 아마도 장애 학생들은 분모가 다른 분수의 덧셈을 해결하기 위한 절차를 추상화시키기 위해 더 많은 노력이 필요한 것으로 해석할 수 있다. 분모가 다른 분수의 덧셈 계산처럼, 문제를 해결하기 위한 단계가 많을수록 작동기억 능

력이 더 많이 요구되기에, 장애학생들은 이를 더 어렵게 느낄 수 있다(Ayres, 2001; Peng et al., 2016). 몇 회기의 반복은 있었지만, 본 연구의 총 중재 회기는 평균 7.6회기(학생 각각 6, 8, 9회기)이고, 1회기 당 20분 정도의 시간이 소요되었다. 이는 중재 일수 범위가 9일(Bottege, 1999)에서 140일(Scarlato & Burr, 2002), 1회기 당 30분(Test & Eillis, 2005)에서 45-75분까지(Bottege et al., 2015) 지속되었다는 선행문헌고찰연구(Ennis & Losinski, 2019)와 비교해 볼 때, 본 연구에서 사용한 가상조작물과 명시적 교수는 발달장애학생의 분수 개념을 가르치는데 효율적이라는 선행연구를 뒷받침 한다고 볼 수 있다(Long et al., 2022; Park & Bouck, 2022).

마지막으로, 본 연구에 참여한 모든 학생은 중재가 종료된 이후 최소 3주동안 습득한 기술을 80% 이상의 정확도로 유지하였다. 발달장애학생은 증거기반교수를 사용하여 수학적 목표기술을 습득하더라도 그 기술을 유지하지 못하고 다시 기초선 구간과 동일한 수행을 보이는 경우가 다수 존재한다(e.g., Park et al., 2020). 가상조작물 기반의 순차적 교수를 적용한 선행연구에서는 중재의 효과가 단시간에 나타나는 것에 비해 유지기간이 길지 않았다. Bouck et al.(2019)은 연구에 참여한 지적장애학생은 6-10회기에 걸쳐 분수 개념(분수곱셈, 분모가 다른 분수의 덧셈, 등가분수)을 습득하였으나, 중재가 종료된 지 2주 후에 실시한 유지 구간에서 분모가 다른 분수의 덧셈과 등가분수는 기초선과 동일한 수행을 보였으며, 장애학생들이 습득한 기술을 장기간 유지할 수 있는 방안에 대해 후속연구를 실시해야 한다고 지적했다. 따라서 후속연구에서는 가상조작물 기반의 순차적 교수를 적용하여 발달장애학생에게 수학 중재를 제공하고, 목표기술의 습득과 유지에 미치는 영향요인에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

선행연구에서 일반적으로 연구자가 가상조작물 기반 순차적 교수를 제공하는 반면, 본 연구에서는 장애학생의 수학 담당 특수교사가 연구자에게 교수방법을 훈련받은 뒤 학생들에게 제공하였다. 한국의 중등 특수교사의 경우, 전공과 관계없이 수학 수업을 담당해야 하는 경우가 있다. 이로 인해 교사들은 수학교과에 대한 이해 및 전문성이 부족하여 수학을 가르치는 것에 부담을 느끼는 경우가 많으며(Moon & Jeon, 2020), 이는 실천적 지식 부족으로 이어지고 있다. 수학교과 수업을 담당하는 특수교사의 실천적 지식(신념을 가지고 수학 수업을 계획하고 실행하는 능력)에 큰 영향을 미치는 요인은 ‘장애학생에게 적절한 교수·학습지식’이라는 연구결과에 따라(Lee & Gwon, 2015), 장애학생에게 수학을 가르치는데 효과적인 증거기반교수법에 대한 지식 습득을 하여 실천하는 것이 중요하다. 또한, 본 연구에서 시행한 인터뷰 결과를 통해 평소 수학을 가르칠 때 학생의 흥미와 동기유발이 가장 힘들었지만 이러한 문제를 해결하는데 가상조작물 기반의 순차적 교수가 도움을 준다는 것을 확인하였고, 본 연구에 참여한 학생들은 태블릿을 활용한 수업에 관심을 보이며 수학에 대한 흥미가 증가하였다. 이는 장애학생이 수업에 단순히 참여하는 것에 만족하는 것이 아니라, 테크놀로지를 활용한 수학 수업을 통해 학생의 흥미를 유발시켜 능동적인 참여를 가능하게 해야 한다는 선행연구와 맥을 같이 한다(Moon & Jeon, 2020; Morano et al., 2021). 특히 가상조작물 기반의 순차적 교수법은 수학 교육에 대한 특수교사의 실천적 지식 및 교수 효능감을 향상시키며, 장애학생은 수학 학습에 대해 능동적 참여를 확대할 수 있어 긍정적인 결과의 일반화를 기대할 수 있다.

이러한 논의를 바탕으로 본 연구 결과에 따른 제한점 및 향후 연구자들을 위한 제언은 다음과 같다. 첫째, 본 연구는 단일대상연구로 3명의 발달장애학생을 대상으로 가상조작물 기반의 순차적 교수에 대한 효과를 분석하였고, 1명의 특수교사가 중재자 역할을 하였기 때문에 연구의 결과를 일반화하기에 무리가 있다. 이에 대해 체계적인 반복연구가 수행될 필요가 있다. 둘째, 본 연구에 참여한 발달장애학생은 기본 사칙연산에 대한 개념이 습득된 학생들로 장애정도가 다양한 모든 발달장애학생에게 확대하여 효과를 해석하는 것에 어려움이 있다. 셋째, 본 연구에서는 분수 개념 중 분모가 다른 분수의 덧셈에 대해 목표기술로 설정하였다.

후속 연구에서 가상조작물 기반 순차적 교수가 다양한 수학적 개념을 가르치는데 효과가 있는지 검증이 요구된다. 마지막으로, 본 연구에서 종속변인을 측정하는 문제는 매 회기 새로운 세트로 구성되어 있었지만, 다른 형태의 문제(e.g., 문장제)에 일반화되는지 확인하지 못하였다. 추후 연구에서 일상생활에서 발달장애학생이 경험할 수 있는 내용으로 문장제를 구성하여 중재의 효과를 확장할 필요가 있다. 또한 종속변인에 학생의 문제풀이 시간을 추가하여 학생별로 또는 구간별로 차이가 있는지 확인할 필요가 있다.

## Acknowledgments

This research is funded by the Financial Program for Self-Directed Research Capacity in 2022

## References

- Ayres, P. L. (2001). Systematic mathematical errors and cognitive load. *Contemporary Educational Psychology*, 26, 227-248. doi:10.1006/ceps.2000.1051
- Bouck, E. C., Bassette, L., Shurr, J., Park, J., Kerr, J., & Whorley, A. (2017). Teaching equivalent fractions to secondary students with disabilities via the virtual-representation- abstract instruction sequence. *Journal of Special Education Technology*, 32, 220-231. doi:10.1177/0162643417727291
- Bouck, E. C., Park, J., Maher, C., Levy, K., & Cwiakala, K. (2019). Acquiring the skill of identifying fractions through the virtual-abstract framework. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*, 31, 435-452. doi:10.1007/s10882-018-9650-9
- Bouck, E. C., Maher, C., Park, J., & Whorley, A. (2020). Learning fractions with a virtual manipulative based graduated instructional sequence. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 55, 45-59.
- Bottge, B. A., Toland, M. D., Gassaway, L., Butler, M., Choo, S., Griffen, A. K., & Ma, X. (2015). Impact of enhanced anchored instruction in inclusive math classrooms. *Exceptional Children*, 81, 158-175.
- Brainingcamp. (2021). Fraction tiles manipulative. Retrieved from <https://apps.apple.com/ly/app/fraction-tiles-manipulative/id1111230448>
- Ennis, R. P., & Losinski, M. (2019). Interventions to improve fraction skills for students with disabilities: A meta-analysis. *Exceptional Children*, 85, 367-386. doi:10.1177/0014402918817504
- Gast, D. L., & Ledford, J. R. (2014). *Single Case Research Methodology*. New York, NY: Routledge.
- Hord, C., & Bouck, E. C. (2012). Review of academic mathematics instruction for students with mild intellectual disability. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 47, 389-400.
- Hwang, J., & Riccomini, P. J. (2021). A descriptive analysis of the error patterns observed in the fraction-computation solution pathways of students with and without learning disabilities. *Assessment for Effective Intervention*, 46, 132-142. doi:10.1177/1534508419872256
- King, S. A., Lemons, C. J., & Davidson, K. A. (2016). Math interventions for students with autism spectrum disorder: A best-evidence synthesis. *Exceptional Children*, 82, 443-462.
- Kratochwill, T. R., Hitchcock, J. H., Horner, R. H., Levin, J. R., Odom, S. L., Rindskopf, D. M., & Shadish, W. R. (2013). Single case intervention research design standards. *Remedial and Special Education*, 34, 26-38.
- Lee, D. W., & Gwon, J. S. (2015). The analysis on relationships of structural factors to intellectual disabilities school teachers' perception toward contents of practical knowledge in math. *Journal of Intellectual Disabilities*, 17, 131-159.

- Long, H. M., Bouck, E. C., & Kelly, H. (2022). An evidence-based practice synthesis of virtual manipulatives for students with ASD and IDD. Focus on Autism and Other Developmental Disabilities. [Advance Online Publication]. doi:10.1177/10883576221121654
- Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review*, 38, 201-221. doi:10.1016/j.dr.2015.07.008
- Ministry of Education (2022). National level academic achievement evaluation results. Retrieved from <https://www.moe.go.kr/boardCnts/viewRenew.do?boardID=294&boardSeq=91788&lev=0&searchType=null&statusYN=W&page=1&s=moe&m=020402&opType=N>
- Moon, K. Y., & Jeon, B. U. (2020). Teaching experience of mathematics teachers in the secondary special school for intellectual disability. *Journal of Special Education and Rehabilitation*, 24, 1-32.
- Morano, S., Markelz, A. M., Randolph, K. M., Myers, A. M., & Church, N. (2021). Motivation matters: Three strategies to support motivation and engagement in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 57, 15-22.
- Nelson, G., & Powell, S. R. (2017). A systematic review of longitudinal studies of mathematics difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 51, 523-539. doi:10.1177/0022219417714773
- Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27-52. doi:10.1207/s15326985ep4001\_3.
- Park, J., & Bouck, E. C. (2022). Teacher-delivered virtual manipulative mathematics intervention to individuals with extensive support needs. *Research in Developmental Disabilities*, 131, 104339.
- Park, J., Bouck, E. C., & Josol, C. K. (2020). Maintenance in mathematics for individuals with intellectual disability: A systematic review of literature. *Research in Developmental Disabilities*, 105, 103751. doi:10.1016/j.ridd.2020.103751
- Park, S., & Kim, E. (2022). Analysis of trend & qualitative indicators of domestic single-subject research on the school subject intervention for students with autism spectrum disorders. *Journal of the Korean Association for Persons with Autism*, 22, 69-92.
- Parker, R. I., Vannest, K. J., Davis, J. L., & Sauber, S. B. (2011). Combining non-overlap and trend for single case research: Tau-U. *Behavior Therapy*, 42, 284-299. doi:10.1016/j.beth.2010.08.006.
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108, 455-473.
- Scarlato, M. C., & Burr, W. A. (2002). Teaching fractions to middle school students. *Journal of Direct Instruction*, 2, 23-38.
- Shin, M. (2018). Developing a "Fun Fraction" website of virtual manipulatives and the effects of explicit and systematic instruction with the virtual-representational-abstract instructional sequence for elementary school students with mathematics difficulties. *Korea Journal of Learning Disabilities*, 15, 57-91.
- Shin, M., & Chae, S. (2018). Comparing the effects of the use of virtual manipulatives and visual representations to improve the fraction concepts of students with mild intellectual disabilities. *Special Education Research*, 17, 187-216.
- Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49, 1994-2004.
- Spooner, F., Root, J. R., Saunders, A. F., & Browder, D. M. (2019). An updated evidence-based practice review on teaching mathematics to students with moderate and severe developmental disabilities. *Remedial and Special Education*, 40, 150-165. doi:10.1177/0741932517751055
- Test, D. W., & Ellis, M. F. (2005). The effects of LAP fractions on addition and subtraction of fractions with students with mild disabilities. *Education and Treatment of Children*, 28, 11-24.

- Watt, S. J., & Therrien, W. J. (2016). Examining a preteaching framework to improve fraction computation outcomes among struggling learners. *Preventing School Failure*, 60, 311-319. doi:10.1080/1045988X.2016.1147011.
- Wei, X., Lenz, K. B., & Blackorby, J. (2012). Math growth trajectories of students with disabilities: Disability category, gender, racial, and socioeconomic status differences from ages 7 to 17. *Remedial and Special Education*, 34, 154-165.
- White, O. R., & Haring, N. G. (1980). *Exceptional Teaching* (2nd ed.). Columbus, OH: Merrill.
- Yi, S. Y. (2019). A meta-analysis of experimental research on mathematics for students with intellectual disabilities. *The Journal of Developmental Disabilities*, 23, 97-116.

## Author Information

Park, Jiyeon: Changwon National University, Assistant Professor, First Author